

Elektros inžinerija T 190

TIESIAEIGIO ELEKTROMAGNETINIO VARIKLIO MATEMATINIO MODELIO
TYRIMO REZULTATAI

Marijanas Molis

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

El. paštas: marijanas.molis@el.vgtu.lt

Santrauka. Straipsnyje pateiktas tiesiaeigio elektromagnetinio variklio matematinio modelio sudarymas bei induktyvumo ir traukos jėgos priklausomybės nuo antrinio elemento padėties, kurios yra išreikštos matematinėmis lygtimis. Gauta induktyvumo priklausomybė nuo antrinio elemento padėties, aproksimuojant eksperimentiškai nustatytą induktyvumo kitimo kreivę. Taip pat, naudojant elektromechaninės energijos keitimo teoriją, gautos traukos jėgos priklausomybės nuo antrinio elemento padėties matematinės išraiškos. Tiesiaeigio elektromagnetinio variklio matematinį modelį sudaro diferencialinių lygčių sistema. Šioms lygtims spręsti panaudotas Rungės – Kutto skaičiavimo metodas. Išspręsdami diferencialinių lygčių sistemą gauti srovės, greičio ir antrinio elemento padėties pereinamieji procesai, esant skirtingoms maitinimo įtampoms bei dinaminės traukos jėgos pereinamasis procesas, esant 24 V maitinimo įtampai. Visi gautieji matematinio modelio priklausomybių bei pereinamųjų procesų rezultatai pateikti grafikų pavidale. Pagal matematinio modelio tyrimo rezultatus, suformuluotos išvados, apibūdinančios tiesiaeigio elektromagnetinio variklio elektromagnetines savybes.

Reikšminiai žodžiai: tiesiaeigis elektromagnetinis variklis, matematinis modelis, pereinamasis procesas, antrinis elementas, Rungės – Kutto skaičiavimo metodas.

Ivadas

Projektuojant elektros pavaras, kuriose naudojami tiesiaeigiai elektromagnetiniai varikliai (TEV) būtina turėti variklio matematinį modelį, kuris leidžia suskaičiuoti statinius ir dinaminis pavaros darbo režimus. Matematinis modelis įvertina variklio statinę apkrovą bei apkrovos dedamąsias, nuo poslinkio išilgai x koordinatės ir greičio. Iš gautojo TEV matematinio modelio suskaičiuojami srovės, greičio, antrinio elemento (AE), padėties bei dinaminės traukos jėgos pereinamieji procesai, todėl variklio matematinis modelis gali būti naudojamas pavaroms su tiesiaeigiais varikliais tirti (Molis *et al.* 2008).

Siekiant patikrinti TEV matematinio modelio adekvatumą gautiesiems eksperimentiniams duomenims, sudarytas tiesiaeigio elektromagnetinio variklio idealizuotas dinaminis matematinis modelis. Pagal Molis *et al.* (2008) gautas $L(x)$ induktyvumo ir $f_x(x)$ traukos jėgų priklausomybės nuo AE padėties suskaičiuoti matematinio modelio $i(t)$ srovės, $v(t)$ greičio, $x(t)$ AE padėties bei $f_x(t)$ dinaminės traukos jėgos pereinamieji procesai, esant skirtingoms maitinimo įtampoms. TEV matematinis modelis skaičiuojamas, naudojant variklio fizinio modelio parametrus (1 lentelė).

Šio straipsnio tikslas yra sudaryti idealizuotą tiesiaeigio elektromagnetinio variklio matematinį modelį bei suskaičiuoti matematinio modelio srovės, greičio, AE padėties bei traukos jėgų pereinamuosius procesus.

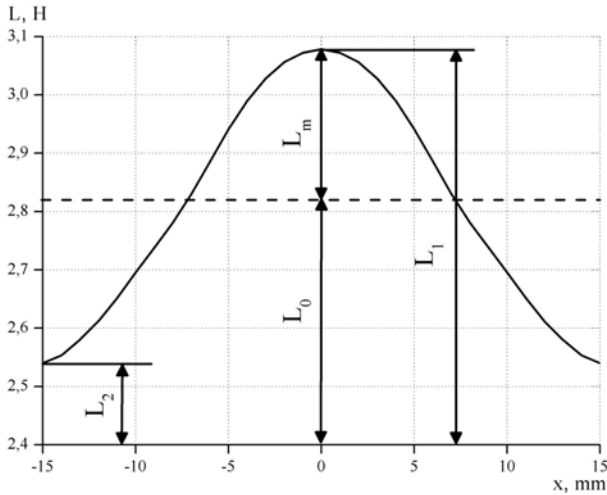
1 lentelė. Variklio fizinio modelio parametrai

Table 1. Parameters of the motor's physical model

Eil. nr.	Parametro pavadinimas	Žymėjimas	Vertė	Mat. vnt.
1	Poliaus aukštis	a_c	15	mm
2	Poliaus plotis	b_c	14,5	mm
3	Danties aukštis	a_z	15	mm
4	Danties plotis	b_z	15	mm
5	Danties storis	2Δ	16	mm
6	Dantų tarpas	b_t	15	mm
7	Oro tarpas	δ	1,1	mm
8	Ričių skaičius	S_R	3	vnt.
9	Vijų skaičius	w	2200	–
10	Laido storis	d	0,04	mm
11	Ritės varža	R	32,7	Ω

Induktyvumo priklausomybė nuo padėties

Naudingosios variklio traukos jėgos išilgai x koordinatės išraiška gali būti gauta pasinaudojant elektromechaninės energijos keitimo teorija (White *et al.* 1959; Schmitz *et al.* 1965; Lenk 1972). Pagal šią teoriją jėgos išraiškai gauti būtina žinoti variklio induktyvumo kitimo nuo x koordinatės dėsnį. Atlikus eksperimentinius bandymus tiesiaeigio variklio fiziniame modelyje ir naudojant svarbiausius parametrus (1 lentelė), nustatytas variklio žadinimo ritės induktyvumo kitimo dėsnis pateiktas 1 pav.



1 pav. Induktyvumo kitimo kreivė, esant 100 V nuolatinei maitinimo įtampai

Fig. 1. Graph of the induction change, at 100 V DC supply voltage

Pakankamu inžineriniams skaičiavimams tikslumu eksperimentinė kreivė gali būti aproksimuojama šia formule:

$$L(x) = L_0 + L_m \cdot \cos \frac{2\pi}{\tau} x, \quad -b \leq x \leq b; \quad (1)$$

$$L_0 = \frac{L_1 + L_2}{2}; \quad (2)$$

$$L_m = \frac{L_1 - L_2}{2}, \quad (3)$$

čia: L_0, L_m – žadinimo ritės induktyvumo nuolatinės ir kintamosios dedamosios amplitudė; L_1, L_2 – žadinimo ritės induktyvumų vertės, kai ritės polius yra danties ir tarpo tarp dantų viduryje; $\tau = 2 \cdot b$ – dantyto antrinio elemento poliaus žingsnis; b – antrinio elemento vienodas danties ir tarpo tarp dantų plotis.

TEV traukos jėgų priklausomybės nuo antrinio elemento padėties

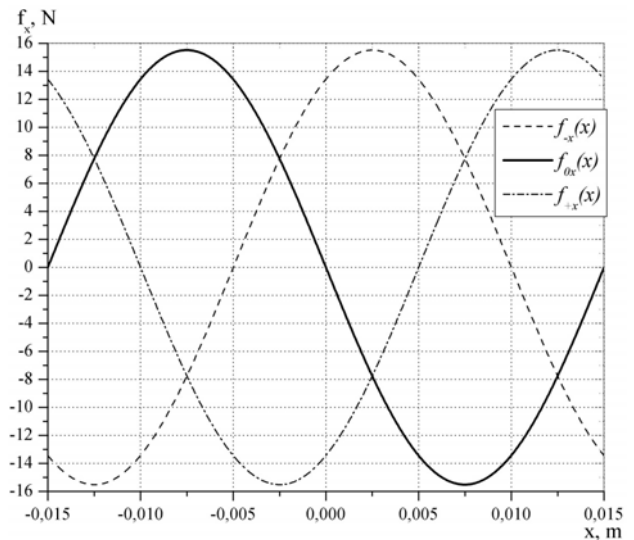
Pagal elektromechaninės energijos keitimo teoriją, laikant, kad magnetinė sistema neįsotinta gaunama ši variklio vienos ritės sukuriamos traukos jėgos išraiška:

$$f_x = -\frac{\pi}{\tau} \cdot L_m \cdot i^2 \cdot \sin \frac{2\pi}{\tau} x, \quad -b \leq x \leq b. \quad (4)$$

Vienu metu maitinant visas tris variklio rites, būtina įvertinti ričių tarpusavio išdėstymą antrinio elemento atžvilgiu.

Šiuo atveju, atskirų ričių kuriamos traukos jėgos yra:

$$f_{-x} = -\frac{\pi}{\tau} L_m i^2 \sin \left[\frac{2\pi}{\tau} \left(x - \frac{\tau}{3} \right) \right], \quad -b \leq x \leq b;$$



2 pav. Kiekvienos TEV ritės traukos jėgų grafikai, esant 24 V maitinimo įtampai

Fig. 2. The traction force diagrams of the LEM each coil, at 24 V supply voltage

$$f_{0x} = -\frac{\pi}{\tau} L_m i^2 \sin \frac{2\pi}{\tau} x, \quad -b \leq x \leq b; \quad (5)$$

$$f_{+x} = -\frac{\pi}{\tau} L_m i^2 \sin \left[\frac{2\pi}{\tau} \left(x + \frac{\tau}{3} \right) \right], \quad -b \leq x \leq b,$$

čia f_{-x}, f_{0x}, f_{+x} – traukos jėgos atitinkamai ritei, kurios polius nutolęs $-x$ koordinatės kryptimi, viduriniajai iritei ir ritei, kurios polius nutolęs $+x$ koordinatės kryptimi.

Išsprendus traukos jėgų lygtis gautos traukos jėgų priklausomybės nuo AE padėties (2 pav.). Iš jų matyti, kad esant 24 V maitinimo įtampai kiekvienos TEV ritės traukos jėgos amplitudė siekia apie 15,5 N.

TEV matematinio modelio sudarymas

TEV matematinis modelis yra sudaromas vienai viduriniajai TEV ritei, kuriai naudojamos šios pradinės lygtys:

$$U = iR + \frac{d\Psi}{dt}; \quad (6)$$

$$m \frac{dv}{dt} = f - f_s - k_x x - k_v v; \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dt} = v; \quad (8)$$

$$\Psi = L(x) \cdot i; \quad (9)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{dL(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} i + L(x) \frac{di}{dt}. \quad (10)$$

TEV matematinio modelis skaičiuojamas, naudojant programinį *MathCad 2001 Professional* paketą. Matema-

tinis modelis sprendžiamas Rungės – Kutto (angl. *Runge-Kutta*) metodu, taikant *rkfixed* programinio paketo funkciją (Сарапулов *at al.* 2001). Todėl pradinės (6)–(10) lygtys yra užrašomos normalinėje formoje:

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L(x)} \left(U - iR - \frac{dL(x)}{dx} v \cdot i \right); \quad (11)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{f - f_s - k_x x - k_v v}{m}; \quad (12)$$

$$\frac{dx}{dt} = v; \quad (13)$$

$$\frac{dL(x)}{dx} = -\frac{2\pi}{\tau} L_m \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{\tau}\right); \quad (14)$$

$$f = -\frac{\pi}{\tau} L_m i^2 \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{\tau}\right), \quad (15)$$

čia: U – maitinimo įtampa; R – ritės varža; b – danties plotis; τ – AE poliaus žingsnis; m – variklio masė; $f_s = 1$ N – variklio statinė apkrova; $k_x = 10$ N/m – apkrovos, priklausančios nuo x kelio koeficientas; $k_v = 20$ Ns/m – apkrovos, priklausančios nuo v linijinio greičio, koeficientas.

TEV srovės, greičio ir AE padėties pereinamieji procesai esant skirtingoms maitinimo įtampoms

Išsprendus diferencialinių lygčių sistemą (11)–(13), gauti srovės, greičio bei AE padėties pereinamieji procesai (3 pav.).

Iš gauto TEV vienos ritės matematinio modelio srovės pereinamojo proceso (3 pav., a) matyti, kad:

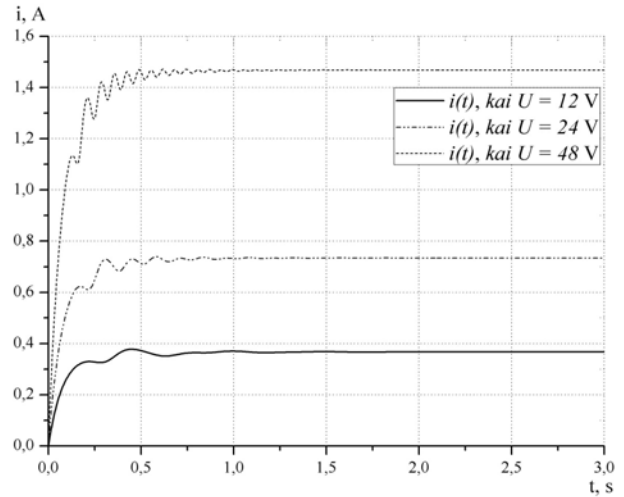
- srovės pereinamasis procesas esant skirtingoms maitinimo įtampoms trunka apie 1 s;
- srovės nusistovėjimo vertės didėja proporcingai maitinimo įtampa.

Iš gauto TEV vienos ritės matematinio modelio greičio pereinamojo proceso (3 pav., b) matyti, kad:

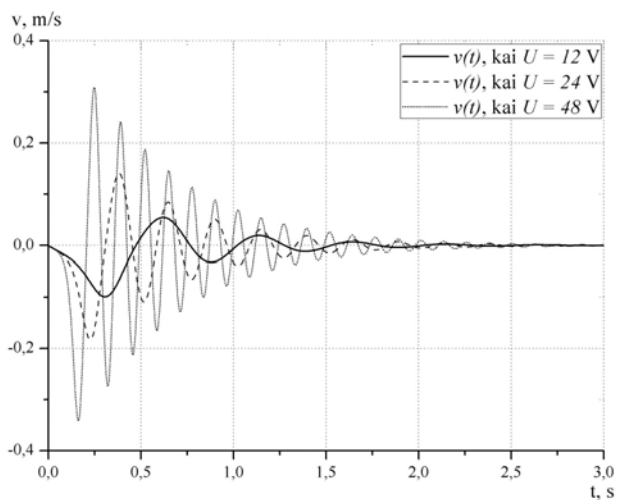
- greičio pereinamasis procesas esant 48 V maitinimo įtampai trunka ilgiau (~2,5 s) negu prie 12 V įtampos;
- didėjant įtampai TEV greičio pereinamasis procesas švytuoja labiau negu, esant mažesnei įtampai. Tai galima paaiškinti padidėjusia sukuriama traukos jėga.

Iš gauto TEV vienos ritės matematinio modelio AE padėties pereinamojo proceso (3 pav., c) matyti, kad:

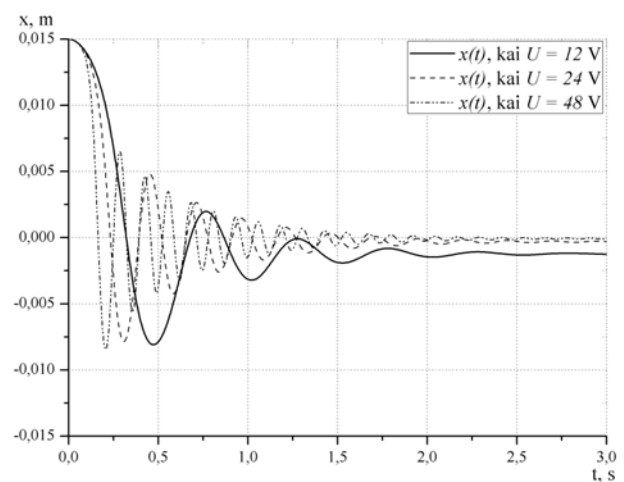
- AE padėties pereinamasis procesas trunka ilgiau, esant 48 V maitinimo įtampai ir nusistovi ties 3 s riba;
- esant didesnei maitinimo įtampai, AE padėties pereinamojo proceso švytavimų daugėja. Tai atsitinka, nes esant didesnei maitinimo įtampai sukuriama didesnė TEV traukos jėga ir pasireiškia mechaninis inertiškumas.



a



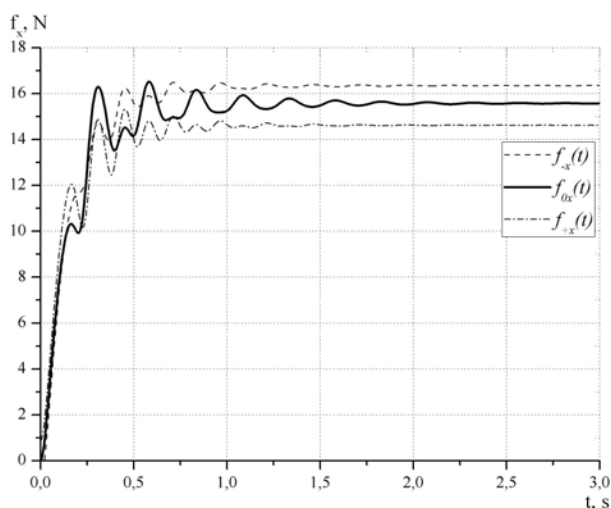
b



c

3 pav. TEV vienos ritės srovės (a), greičio (b) ir dinaminės traukos (c) pereinamieji procesai esant 12, 24 ir 48 V maitinimo įtampoms

Fig. 3. The current (a), speed (b) and secondary element position (c) transitional processes of the LEM single coil, at 12, 24 and 48 V power supply



4 pav. TEV ričių traukos jėgų pereinamieji procesai, esant 24 V maitinimo įtampai

Fig. 4. The traction force transitional processes of the LEM each coil, at 24 V supply voltage

TEV dinaminės traukos jėgos pereinamasis procesas, esant 24 V maitinimo įtampai

TEV dinaminės traukos jėgos dedamųjų pereinamieji procesai gauti 4 pav., išspręsdus diferencialinių lygčių sistemą. Iš 4 pav. matyti, kad TEV išvystoma traukos jėga, esant 24 V maitinimo įtampai, pasibaigus pereinamajam procesui yra apie 15,5 N.

Išvados

1. Ištirtas tiesiaieigio variklio induktyvumo kitimo dėsnis ir gauta aproksimuojanti šio dėsnio matematinė išraiška.

2. Naudojant elektromechaninės energijos keitimo teoriją, sudarytas TEV dinaminės traukos jėgos dedamųjų matematinės išraiškos bei gautos traukos jėgos dedamųjų priklausomybės nuo AE padėties.

3. Suskaičiavus TEV matematinį modelį gautos srovės, greičio bei AE padėties pereinamųjų procesų kreivės esant skirtingoms maitinimo įtampoms. Taip pat gautas dinaminės traukos jėgos pereinamasis procesas, esant 24 V maitinimo įtampai.

Literatūra

- Lenk, A. 1972. *Electromechanical systems (in Germany). Part I: Systems of the concentrated parameters*. Berlin: VEB Verlag Technik. 283 p.
- Molis, M.; Matkevičius, E.; Radzevičius, L. 2008. The experimental research of the linear motor, *Electronics and Electrical Engineering* 7(87): 57–60.
- Schmitz, N.; Novotny, D. 1965. *Introductory electromechanics*. New York: The Ronald Press Company. 336 p.
- White, D.; Woodson, H. 1959. *Electromechanical energy conversion*. New York: John Wiley and Sons, Inc. 256 p.
- Сарапулов, Ф. Н.; Шымчак, П. 2001. *Математические модели линейных индукционных машин на основе схем замещения*. Екатеринбург: УГТУ–УПИ. 236 p.

THE RESEARCH RESULTS OF THE LINEAR ELECTROMAGNETIC MOTOR MATHEMATICAL MODEL

M. Molis

Abstract

Development of the mathematical model of the linear electromagnetic motor and the dependencies of the inductance and traction force on the secondary element position expressed by mathematical equations, are presented in this research article. The dependency of the inductance on the secondary element position was obtained, approximating the inductance change diagram obtained experimentally. Also, using the theory of electromechanical energy transformation, mathematical expressions of the dependency of the traction force on the secondary element position were obtained. Mathematical model of the linear electromagnetic motor is composed of the system of differential equations. The Runge – Kutta calculation method was used to solve these equations. The transitional processes of the current, speed and secondary element position obtained with the solution of the system of differential equations at different supply voltage also the transitional processes of the dynamic traction force obtained at 24 V supply voltage of the motor. All obtained results of the dependencies and transitional processes of the mathematical model are presented in the graphic form. In accordance with the obtained results of the mathematical model the conclusions were formulated, specifying electromagnetic properties of the linear electromagnetic motor.

Keywords: linear electromagnetic motor, mathematical model, transitional process, secondary element, Runge – Kutta method of calculation.